

Задания по теме 3 «Выборочное наблюдение»

Для изучения вкладов населения в коммерческом банке города была проведена 5%-я случайная бесповторная выборка лицевых счетов, в результате которой получено следующее распределение клиентов по размеру вкладов:

Размер вклада, у.е.	Число клиентов
до 5000	80
5 000-15 000	60
15 000-30 000	35
30 000-50 000	45
свыше 50 000	10

С вероятностью 0,954 определить: 1) средний размер вклада во всем банке; 2) долю вкладчиков во всем банке с размером вклада свыше 15000 у.е.; 3) необходимую численность выборки при определении среднего размера вклада, чтобы не ошибиться более чем на 500 у.е.; 4) необходимую численность выборки при определении доли вкладчиков во всем банке с размером вклада свыше 15000 у.е., чтобы не ошибиться более чем на 10%.

1). Определим средний размер вклада во всем банке по формуле средней арифметической взвешенной :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i' f_i}{\sum f_i}$$

X_i' - середина интервала размера вклада

Составим расчетную таблицу

Размер вклада, у.е.	f	X _i '	X _i ' f _i	(X _i ' - \bar{X}) ² f _i
до 5000	80	25000	2000000	2126654,064
5 000-15 000	60	10000	600000	13795073251
15 000-30 000	35	22500	787500	248213019,8
30 000-50 000	45	40000	1800000	9906087547
свыше 50 000	10	60000	600000	12136135397
Сумма	230		5787500	36087635870

$$\bar{X} = \frac{5787500}{230} = 25163 \text{ у.е.}$$

Дисперсия определяется по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i}$$
$$\sigma^2 = \frac{36087635870}{230} = 156902765 \text{ у.е.}$$

С вероятностью 0,954 определим пределы, в которых находится средний размер вклада:

Находим среднюю ошибку выборки:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum f} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Дисперсия определяется по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i}$$
$$\sigma^2 = \frac{36087635870}{230} = 156902765 \text{ у.е.}$$
$$\mu_x = \sqrt{\frac{156902765}{230} \cdot (1 - 0,05)} = 805 \text{ у.е.}$$

Предельная ошибка выборки определяется по формуле:

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x$$

Для значения вероятности 0,954 коэффициент доверия $t = 2$

$$\Delta_x = 2 \cdot 805 = 1610 \text{ у.е.}$$

Средний размер вклада находится в пределах:

$$25163 - 1610 \leq \bar{X} \leq 25163 + 1610$$

$$23553 \leq \bar{X} \leq 26773 \text{ у.е.}$$

2) Определим долю вкладчиков во всем банке с размером вклада свыше 15000 у.е.;

Дисперсия выборки определяется по формуле:

$$\sigma^2 = w(1 - w)$$

w – доля вкладчиков во всем банке с размером вклада свыше 15000 у.е.

$$w = \frac{35 + 45 + 10}{230} = 0,391$$

$$\sigma^2 = 0,391(1 - 0,391) = 0,238$$

$$\mu_x = \sqrt{\frac{0,238}{230} \cdot (1 - 0,05)} = 0,031$$

$$\Delta_x = 2 \cdot 0,031 = 0,063 \text{ (6,3\%)}$$

Долю вкладчиков во всем банке с размером вклада свыше 15000 у.е. находится в пределах

$$W - \Delta_w < P < W + \Delta_w$$

$$39,1 - 6,3 < P < 39,1 + 6,3$$

$$32,8\% < P < 45,4\%$$

3) Определим необходимую численность выборки при определении среднего размера вклада, чтобы не ошибиться более чем на 500 у.е.;

Объем выборочной совокупности определяем по формуле

$$n_x = \frac{t^2 \sigma_x^2 N}{N \Delta x^2 + t^2 \sigma_x^2},$$

N – численность выборки

Δ - ошибка выборки

$$\frac{n}{N} = 0,05, \quad N = \frac{n}{0,05} = \frac{230}{0,05} = 4600$$

$$n_x = \frac{2^2 \cdot 156902765 \cdot 4600}{4600 \cdot 500^2 + 2^2 \cdot 156902765} = 1624 \text{ вкладчика}$$

4) Определим необходимую численность выборки при определении доли вкладчиков во всем банке с размером вклада свыше 15000 у.е., чтобы не ошибиться более чем на 10%.

$$n_x = \frac{2^2 \cdot 0,238 \cdot 4600}{4600 \cdot 0,1^2 + 2^2 \cdot 0,238} = 93 \text{ вкладчика}$$